

FFI RAPPORT

UNDERVANNSEDETEKSJON MED AKTIV EM Beregninger i forenklet miljø

SYNNES Stig Asle

FFI/RAPPORT-2006/02730

UNDERVANNSEDETEKSJON MED AKTIV EM
Beregninger i forenklet miljø

SYNNES Stig Asle

FFI/RAPPORT-2006/02730

FORSVARETS FORSKNINGSINSTITUTT
Norwegian Defence Research Establishment
Postboks 25, 2027 Kjeller, Norge

P O BOX 25
 NO-2027 KJELLER, NORWAY
REPORT DOCUMENTATION PAGE

SECURITY CLASSIFICATION OF THIS PAGE
 (when data entered)

1) PUBL/REPORT NUMBER FFI/RAPPORT-2006/02730	2) SECURITY CLASSIFICATION UNCLASSIFIED	3) NUMBER OF PAGES 38
1a) PROJECT REFERENCE FFIBM/886/914	2a) DECLASSIFICATION/DOWNGRADING SCHEDULE -	
4) TITLE UNDERVANNSEDETEKSJON MED AKTIV EM Beregninger i forenklet miljø Controlled source electromagnetic underwater detection Performance in a simplified environment		
5) NAMES OF AUTHOR(S) IN FULL (surname first) SYNNES Stig Asle		
6) DISTRIBUTION STATEMENT Approved for public release. Distribution unlimited. (Offentlig tilgjengelig)		
7) INDEXING TERMS IN ENGLISH:		
a) <u>Underwater detection</u>	b) <u>Underwater electromagnetism</u>	c) <u>Polarization potential</u>
d) <u>Quasi-static solution</u>	e) <u>Skin depth</u>	
IN NORWEGIAN:		
a) <u>Undervannsdeteksjon</u>	b) <u>Elektromagnetisme under vann</u>	c) <u>Polarisasjonspotensial</u>
d) <u>Kvasistatisk løsning</u>	e) <u>Dempingslengde</u>	
THESAURUS REFERENCE:		
8) ABSTRACT A new system for detection of underwater targets by use of electromagnetic waves is considered. Extremely low frequency electromagnetic waves can be transmitted between transmitter and receiver arrays. Any target moving into the volume between the antennas will alter the propagation, and can be detected at the receiver. The system can detect both metallic and dielectric objects, but with a lower signal to noise ratio than what is experienced by magnetic systems for detection of ferromagnetic objects. The objective of this report is to identify the best frequency of operation and indicate an applicable system configuration. Electromagnetic propagation in the underwater environment is addressed along with the interaction of electromagnetic waves with possible targets. Accurate results are obtained for a continuous range of object sizes and operating frequencies by utilizing an analytic approach.		
9) DATE 2006-10-31	AUTHORIZED BY This page only John-Mikal Størdal	POSITION Director

ISBN 978-82-464-1105-7

UNCLASSIFIED

SECURITY CLASSIFICATION OF THIS PAGE
 (when data entered)

INNHold

	Side	
1	SAMMENDRAG	7
2	INNLEDNING	8
3	ELEKTROMAGNETISME OG BØLGEUTBREDELSE	9
3.1	Maxwells ligninger	9
3.2	Signalkilder	9
3.3	Miljøparametre	9
3.4	Grensebetingelser	10
3.5	Helmholtz-ligningene	11
3.6	Bølgeegenskaper	11
4	TILNÆRMINGER FOR UNDERVANNSETEKSJON	12
4.1	Neglisjerbar forskyvningsstrøm	13
4.2	Punktdipolkilde	13
4.3	Planbølgetilnærming	13
4.4	Uniformt felt tilnærming	14
4.5	Kvasistatisk felt tilnærming	14
5	PRIMÆR- OG SEKUNDÆRFELT	15
5.1	Primærfelt fra signalkilden	15
5.1.1	Harmonisk elektrisk punktdipol	15
5.1.2	Harmonisk magnetisk punktdipol	17
5.2	Sekundærfelt fra sfærisk målobjekt	19
5.2.1	Polarisasjonspotensial	19
5.2.2	Homogen kule	20
6	ELEKTRISK DETEKSJON	21
6.1	Feltutbredelse	21
6.2	Målstyrke og sekundærfelt	22
6.3	Sekundærfelt versus primærfelt	23
7	SIMULERINGER	23
7.1	Dielektrisk kule	24
7.2	Elektrisk ledende ellipsoide	27
8	OPPSUMMERING OG KONKLUSJON	29

APPENDIKS

A	NOTASJON	31
A.1	Skalarer og vektorer	31
A.2	Variabler i elektromagnetisme	31
A.3	Elektromagnetiske størrelser	31
A.4	Spredning	32
A.5	Koordinatsystemer	32
B	DE ELEKTROMAGNETISKE MILJØPARAMETRENE	32
B.1	Skalare miljøparametre	33
B.2	Komplekse miljøparametre	33
C	ALTERNATIVE BESKRIVELSER AV SEKUNDÆRFELTET	34
C.1	Ekspansjon i sfærisk harmoniske	34
C.2	Spredning på kule i planbølge	34
C.3	Spredning på kule i dipolfelt	34
C.3.1	Radiell magnetisk dipol	35
C.3.2	Transversal magnetisk dipol	35
D	POLARISASJONSPOTENSIAL FOR HOMOGEN ELLIPSOIDE	36
	Litteratur	38

UNDERVANNSDETEKSJON MED AKTIV EM **Beregninger i forenklet miljø**

1 SAMMENDRAG

Deteksjon av undervannsmål utredes for et nytt system som baserer seg på utsending av elektromagnetiske bølger. Systemet vil være bistatisk og sender svært lavfrekvente elektromagnetiske signaler mellom to undervannsantennene. Dersom et målobjekt beveger seg inn i vannvolumet mellom antennene vil objektet påvirke forplantningen og kan dermed detekteres ved en endring av signalet ved mottakeren.

I denne rapporten studeres den elektromagnetiske feltutbredelsen og vekselvirkning med ulike målobjekt. Formålet er å finne best egnede operasjonsfrekvens og oppsett av systemet, og samtidig indikere ytelsen.

Aktuelle undervannsmål forenkles enten til ellipsoideformede eller kuleformede objekter, etter hva som svarer best til geometrien av objektene. Forenklingen gjøres for å kunne anvende en analytisk tilnærming som åpner for sikre beregninger og en direkte synliggjøring av effekter fra objektstørrelse, samt frekvenssammenhengen til deteksjonsegenskapene for systemet.

Et omfattende arbeid gjøres for å beskrive utbredelsen av lavfrekvente elektromagnetiske bølger under vann. I dette spesielle miljøet kan standard tilnærminger for radiokommunikasjon ikke benyttes. Det tas derfor utgangspunkt direkte i Maxwells ligninger slik at forenklinger som er gyldige for undervannsdeteksjon kan søkes. Vi finner at antakelser om neglisjerbar forskyvningsstrøm, uniformt / kvasistatisk felt og Rayleighspredning kan anvendes for vårt problem med bare mindre begrensninger.

For å oppnå tilstrekkelig feltutbredelse i saltvann må svært lave frekvenser benyttes, og vi presenterer et analytisk uttrykk for den høyeste frekvensen som kan benyttes for deteksjon ved en gitt avstand basert på miljøparametrene og objektets utstrekning. For små objekter på under en meter kan frekvenser på opptil noen titalls Hertz benyttes, mens det for større objekter på titalls meters utstrekning dreier seg om frekvenser på under én Hertz. For å velge den optimale frekvensen må det også tas hensyn til miljøpåvirkninger og sensorstøy fra målinger. Best signal til støy forhold oppnås for et bistatisk system når målet er nærmere mottaker enn sender.

For undervannsovervåking med et aktivt elektrisk system finner vi at både elektrisk ledende og isolerende objekter detekteres tilnærmet like godt. Den presenterte modellen kan også anvendes på et aktivt magnetisk system. Et slikt system kan bare detektere ferromagnetiske objekter, men kan ha høyere ytelse mot disse da miljøpåvirkningene begrenses til bakgrunnsstøyen.

2 INNLEDNING

Et system for undervannsdeteksjon som baserer seg på utsending og mottak av ekstremt lavfrekvente elektromagnetiske signaler blir betraktet. En analytisk modell bygges opp for et forenklet miljø og benyttes til å studere noen av de viktigste egenskapene ved metoden. Det legges spesiell vekt på å karakterisere rekkevidde og vekselvirkning med målobjekt opp mot valget av frekvens.

Grunnlaget for analysen ble lagt i prosjekt 791 "Sikring av sjøforsvarets anlegg", der en studie av mulige overvåkingssensorer pekte på et ubenyttet potensial i bruk av ekstremt lavfrekvente elektromagnetiske signaler for undervannsdeteksjon (1). Dette ble først fulgt opp av simuleringer med et kommersielt verktøy, men uten at tilstrekkelig nøyaktighet ble nådd til å konkludere rundt teknikken (2). Løsningen ble deretter denne analytiske studien som beskriver hovedtrekkene ved metoden og gir en indikasjon av ytelsen. Det teoretiske arbeidet blir også fulgt opp av fullskala målinger ved Herdla målestasjon (3).

Det totale elektromagnetiske feltet med et objekt i mediet er gitt ved summen av det utsendte signalet fra kilden og endringer av feltet som målobjektet setter opp. For modelleringen velger vi det enkleste tenkelige miljøet, nemlig et homogent vannvolum uten avgrensninger. Et slikt valg forenkler problemet mens hovedprinsippene fortsatt kan studeres.

Bølgeutbredelsen for det elektromagnetiske feltet beskrives først i kapittel 3. Med de ekstremt lave frekvensene som benyttes sammen med et ledende medium er de vanlige tilnærmingene for fjernfelt og vakuum ikke gyldige. Det tas derfor utgangspunkt i de grunnleggende elektromagnetiske ligningene og legges stor vekt på å vurdere gyldigheten av tilnærminger der slike blir nødvendige. Disse behandles i kapittel 4.

Basisen for deteksjon er utsending av det elektromagnetiske signalet, og den valgte modellen for primærfeltet beskrives i kapittel 5.1.

Spredningen på målobjektene blir estimert i kapittel 5.2. En analytisk løsning for spredningen kan bare nås for et svært avgrenset sett geometriske objekter. Det enkleste av disse er en kule, som både er det mest studerte objektet og gir den enkleste løsningen. Mange menneskelagde undervannsobjekter, slik som undervannsfarkoster ligner i form mer et annet av objektene, en langstrakt ellipsoide, og en analytisk løsning for denne presenteres også.

Muligheten for deteksjon har utgangspunkt i endringene i amplitude og fase til totalfeltet forårsaket av målobjektet og de viktigste faktorene for deteksjon trekkes frem i kapittel 6. Eksempel på den romlige fordelingen av endringene presenteres ved simuleringresultater i kapittel 7. Oppsummering og konklusjon følger i kapittel 8.

For notasjon vises det til appendiks A.

3 ELEKTROMAGNETISME OG BØLGEUTBREDELSE

Elektromagnetiske bølger beskrives av Maxwells ligninger. Ligningene er empiriske og ble satt sammen av Maxwell i 1865 med utgangspunkt i Gauss' lov, Amperes lov og Faradays lov, samt fraværet av magnetiske monopoler [(4) s 237].

3.1 Maxwells ligninger

Maxwells ligninger er fire ukoblede første ordens lineære differensialligninger (3.1) til (3.4), der \vec{H} er det magnetiske feltet, \vec{D} er den elektriske flukstettheten, \vec{J} er strømtettheten, \vec{E} er det elektriske feltet, \vec{B} er den magnetiske flukstettheten og ρ er den elektriske ladningen.

$$\nabla \times \vec{H} - \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \vec{J} \quad (3.1)$$

$$\nabla \times \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0 \quad (3.2)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho \quad (3.3)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (3.4)$$

Maxwells ligninger er i utgangspunktet homogene, idet de bevarer energien til systemet.

3.2 Signalkilder

Kilder kan innføres som elektrisk og magnetisk strømtetthet \vec{J}_e^S og $-\vec{J}_m^S$ på høyre side i respektivt ligning (3.1) og (3.2) [(5) s 144], og gir da et inhomogent ligningssett. En magnetisk kilde forutsetter strengt tatt magnetiske monopoler, så \vec{J}_m^S er derfor bare å betrakte som en regneteknisk størrelse.

3.3 Miljøparametre

Forholdet mellom det elektriske og det magnetiske feltet og de andre feltvektorene i Maxwells ligninger er gitt ved ligning (3.5) til (3.7), der $\hat{\epsilon}$, $\hat{\mu}$ og $\hat{\sigma}$ er tensorer.

$$\vec{D} = \hat{\epsilon} \cdot \vec{E} \quad (3.5)$$

$$\vec{B} = \hat{\mu} \cdot \vec{H} \quad (3.6)$$

$$\vec{J} = \hat{\sigma} \cdot \vec{E} \quad (3.7)$$

Her er $\hat{\epsilon}$ den dielektriske permittiviteten, $\hat{\mu}$ den magnetiske permeabiliteten og $\hat{\sigma}$ den

elektriske ledningsevnen. Størrelsene er miljøparametre, som i tillegg til å være avhengig av den elektriske feltstyrken \vec{E} , den magnetiske induksjonen \vec{B} og frekvensen ω , også generelt kan variere med posisjon og tid. Hver av tensorene er generelt komplekse, slik at fasen til \vec{D} , \vec{H} og \vec{B} , samt \vec{J} og \vec{E} ikke trenger å være den samme.

Vi vil etter hvert avgrense betraktningen til et lineært, isotropt og homogent miljø. I et *lineært* miljø er \vec{D} , \vec{B} og \vec{J} lineært avhengige av henholdsvis \vec{E} , \vec{H} og \vec{E} . I et *isotropt* miljø varierer avhengigheten ikke med retningen til \vec{E} og \vec{H} , og i et *homogent* miljø er avhengigheten den samme over hele rommet. For et lineært, isotropt og homogent miljø er dermed miljøparametrene $\hat{\epsilon}$, $\hat{\mu}$ og $\hat{\sigma}$ skalare størrelser.¹ Dersom miljøparametrene er uavhengig av frekvens har vi i tillegg et *ikke-dispersivt* medium.² Det antas videre at miljøparametrene er uavhengig av tid, temperatur og trykk.

Miljøparametrene $\hat{\epsilon}$ og $\hat{\sigma}$ kan slås sammen til en enkelt kompleks variabel, jamfør vedlegg B, og en slik representasjon kan gi en enklere matematisk representasjon av det elektromagnetiske problemet. Den videre utledningen vil utledes for komplekse miljøparametere og støtter også en slik formulering.

3.4 Grensebetingelser

Maxwells ligninger som de står i ligning (3.1) til (3.4) kan bare benyttes for ordinære punkter, dvs for punkter med kontinuerlige feltvektorer. Over flater som skiller et objekt eller medium fra et annet finnes en skarp overgang i de elektromagnetiske egenskapene. I en makroskopisk sammenheng må overgangen derfor betraktes som diskontinuerlig. Ved å benytte divergensteoremet og Stokes teorem kan Maxwells ligninger skrives på integralform. Fra disse kan de understående grensebetingelser utledes [(6) s 34-38], [(7) s 398-401].

Normalkomponenten til \vec{B} , B_n , er kontinuerlig i grenseflaten mellom to medium:

$$B_{n_1} = B_{n_2} \quad (3.8)$$

En ladning i grenseflaten mellom to medium forårsaker en diskontinuitet i normalkomponenten til \vec{D} , D_n , proporsjonal med ladningstettheten i flaten ρ :

$$D_{n_2} - D_{n_1} = \rho \quad (3.9)$$

Normalkomponenten til \vec{J} , J_n , over grenseflaten mellom to medium har diskontinuitet gitt ved endringen til ladningstettheten i overflaten:

¹ For den magnetiske permeabiliteten gjør hystereseeffekten seg gjeldende, slik at miljøparameteren kan antas lineær trolig bare for relativt svake feltstyrkeverdier

² Ut fra tabellverdier av de elektromagnetiske egenskapene til saltvann (Jackson (5) s 315) antas tilnærmingen også å være gyldig for undervannsdeteksjon

$$J_{n_2} - J_{n_1} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (\text{der } -\frac{\partial \rho}{\partial t} = i\omega\rho \text{ i frekvensdomene}) \quad (3.10)$$

Tangentialkomponenten til \vec{E} , E_t , i grenseflaten mellom to medium er kontinuerlig:

$$E_{t_1} = E_{t_2} \quad (3.11)$$

Tangentialkomponenten til \vec{H} , H_t , i grenseflaten mellom to medium er kontinuerlig for endelige ledningsevner, men for perfekt ledende materialer har tangentialkomponenten en diskontinuitet gitt ved overflatestrømtettheten $\rho_{J_\perp} = \lim_{\Delta h \rightarrow 0 \wedge J_n \rightarrow \infty} J_n \Delta h$ normalt på den målte tangentialkomponenten av \vec{H} . Dette gir:

$$H_{t_2} - H_{t_1} = \rho_{J_\perp} \quad \text{der } \rho_{J_\perp} = 0 \text{ for endelige ledningsevner} \quad (3.12)$$

3.5 Helmholtz-ligningene

Ved å ta en endimensjonal Fourier-transformasjon kan man få Maxwells ligninger over i frekvensdomene [(5) s 134]³. Ligningene i frekvensdomene kalles vanligvis for Helmholtz-ligningene, og er gitt i (3.13) og (3.14) i \vec{E} og \vec{H} [(5) s 136]. (Ved å introdusere potensialer kan man få ligningssett som favoriserer andre størrelser og som kan være bedre egnet til ulike problemer [(5) s 131 og (4) s 239].)

$$\nabla^2 \vec{E} + \hat{k}^2 \vec{E} = 0 \quad (3.13)$$

$$\nabla^2 \vec{H} + \hat{k}^2 \vec{H} = 0 \quad (3.14)$$

der kvadratet av bølgetallet er gitt ved

$$\hat{k}^2 = \hat{\mu} \hat{\epsilon} \omega^2 - i \hat{\mu} \hat{\sigma} \omega \quad (3.15)$$

Ved introduksjon av kilder introduseres et tilleggsledd på høyre side av ligning (3.13) og (3.14), og ligningene blir inhomogene.

3.6 Bølgeegenskaper

Maxwells ligninger beskriver transport av energi i form av elektromagnetiske bølger, og det finnes en del størrelser som beskriver bølgen i miljøet den forplanter seg i.

³ Eksponent $i\omega t$ er valgt. Ofte benyttes også motsatt fortegn i eksponenten. Dette kan oppnås ved å erstatte ω med $-\omega$ i alle ligninger.

Uten romlig spredning (som for plane bølger, se kapittel 4.3) finner man at *feltvektorene* er eksponentielt dempet med en faktor lik imaginærdelen av bølgetallet. Avstanden som feltet reduseres til $1/e$ -del over kalles dempningslengden til feltet δ (engelsk: 'field attenuation length', 'skin depth' eller 'penetration depth').

$$\delta = \frac{1}{\text{Im}\{\hat{k}\}} \quad (3.16)$$

Videre er bølgelengden gitt ved ligning (3.17) og fasehastigheten i mediet følger ved ligning (3.18) [(6) s 274].

$$\lambda = \frac{2\pi}{\text{Re}\{\hat{k}\}} \quad (3.17)$$

$$v = \text{Re}\{\hat{k}\} \cdot \omega \quad (3.18)$$

Egenskapene er oppsummert i Tabell 3.1 for frekvenser i hver dekode mellom 10^0 til 10^5 Hz.

ν	$\text{Re}\{\hat{k}\} = \text{Im}\{\hat{k}\}$	λ	δ	v
10^0 Hz	$4,0 \cdot 10^{-3}$	$1,6 \cdot 10^3$ m	$2,5 \cdot 10^2$ m	$1,6 \cdot 10^3$ m/s
10^1 Hz	$1,3 \cdot 10^{-2}$	$5,0 \cdot 10^2$ m	$8,0 \cdot 10^1$ m	$5,0 \cdot 10^3$ m/s
10^2 Hz	$4,0 \cdot 10^{-2}$	$1,6 \cdot 10^2$ m	$2,5 \cdot 10^1$ m	$1,6 \cdot 10^4$ m/s
10^3 Hz	$1,3 \cdot 10^{-1}$	$5,0 \cdot 10^1$ m	$8,0 \cdot 10^0$ m	$5,0 \cdot 10^4$ m/s
10^4 Hz	$4,0 \cdot 10^{-1}$	$1,6 \cdot 10^1$ m	$2,5 \cdot 10^0$ m	$1,6 \cdot 10^5$ m/s
10^5 Hz	$1,3 \cdot 10^0$	$5,0 \cdot 10^0$ m	$8,0 \cdot 10^{-1}$ m	$5,0 \cdot 10^5$ m/s

Tabell 3.1 Bølgeegenskaper i saltvann med $\sigma = 4$ S/m, $\mu = \mu_0$ og $\varepsilon = 81\varepsilon_0$

4 TILNÆRMINGER FOR UNDERVANNSDETEKSJON

Innen elektromagnetisme forekommer ofte flere ledd som bidrar forskjellig avhengig av blant annet frekvens og avstand. Der noen ledd dominerer over andre kan det ofte gjøres store forenklinger i formlene, og en isolering av disse kan også bidra til forståelsen av de ulike elektromagnetiske fenomenene.

Noen av de vanligste tilnærmingene i elektromagnetisme er strålingsfeltutbredelse og vakuum, men det vil bli vist at disse tilnærmingene ikke er gyldige for lavfrekvent undervannsdeteksjon. Andre aktuelle tilnærminger er beskrivelsen av vilkårlige kilder som dipoler, planbølge-tilnærming, kvasistatisk felttilnærming og statisk felttilnærming. Senere blir også Rayleigh-tilnærmingen for spredning på små objekter benyttet.

4.1 Neglisjerbar forskyvningsstrøm

I ledende medier er gjerne forskyvningsstrømmen $|\partial\vec{D}/\partial t|$ mye mindre enn strømtettheten $|\vec{J}|$, slik at leddet med forskyvningsstrømmen kan sløyfes i ligning (3.1). I frekvensdomene og satt inn for miljøparametrene svarer dette til $|\omega\hat{\epsilon}| \ll |\hat{\sigma}|$. Følgelig kan bølgetallet \hat{k} i Helmholtz-ligningene forenkles kraftig [(6) s 273-276]:

$$\hat{k} = \sqrt{\frac{1}{2}\hat{\mu}\omega(\sqrt{\hat{\sigma}^2 + \hat{\epsilon}^2\omega^2} + \hat{\epsilon}\omega)} + \sqrt{\frac{1}{2}\hat{\mu}\omega(\sqrt{\hat{\sigma}^2 + \hat{\epsilon}^2\omega^2} - \hat{\epsilon}\omega)} \approx (1+i)\sqrt{\frac{1}{2}\hat{\mu}\hat{\sigma}\omega} \quad (4.1)$$

Tilnærmingen er gyldig for saltvann ($\sigma \approx 4 \text{ S/m}$) og bedre ledere for frekvenser under ca 10^8 Hz [(1) s 37], og for jordmaterialer (over 10^{-4} S/m) for frekvenser under ca 10^5 Hz [(5) s 133]. Tilnærmingen kan dermed trygt benyttes for undervannsdeteksjon.

4.2 Punktdipolkilde

En vilkårlig signalkilde kan beskrives som en superposisjon av elektriske og magnetiske harmoniske punktdipoler ifølge Huygens prinsipp [(8) s 121 og 149].

Feltet til en vilkårlig kilde kan beskrives som feltet fra en enkelt punktdipol i avstander r mye lengre enn utstrekningen til kilden l , $r \gg l$. Det antydes en faktor på 5-10 i [(5) s 174]. I områder der punktdipoltilnærmingen ikke er gyldig kan utstrakte kilder beskrives som en sum av flere punktdipoler. En slik tilnærming er gyldig så lenge avstanden Δl mellom punktdipolene tilfredsstillers relasjonen $\Delta l \ll r$.

Feltet fra en vilkårlig antenne kan dermed beskrives som feltet fra en sum med punktdipoler, der avstanden Δl mellom punktdipolene tilfredsstillers relasjonen $\Delta l \ll r$.

4.3 Planbølgetilnærming

De enkleste elektromagnetiske bølgene er transversale, plane bølger. En plan bølge kjennetegnes ved at den ved et gitt tidspunkt har samme fase i alle punkt i et plan normalt på forplantningsretningen. Bølgen er transversal da \vec{E} og \vec{H} står normalt på hverandre og på forplantningsretningen.

En plan elektromagnetisk bølge med vinkelfrekvens ω , bølgetall k og bevegelsesretning \vec{n} har elektrisk feltvektor \vec{E}_0 og magnetisk feltvektor \vec{H}_0 normalt på \vec{n} . For sinusiodisk tidsutvikling, $e^{i\omega t}$ gir dette i kartesiske koordinater feltutviklingen:

$$\vec{E}(\vec{x}, t) = \vec{E}_0 e^{ik\vec{n}\cdot\vec{x} + i\omega t} \quad (4.2)$$

$$\vec{H}(\vec{x}, t) = \vec{H}_0 e^{ik\vec{n}\cdot\vec{x} + i\omega t} \quad (4.3)$$

Når en bølge forplanter seg plant i området man er interessert i kan man anta en planbølge-tilnærming. Fra kapittel 4.2 fant vi at enhver kilde kan uttrykkes som en superposisjon av dipolkilder. Feltutbredelsen fra en dipol blir først beskrevet i kapittel 5.1, men vi vil her foregripe utledningen. Dipolfeltet beskrives ved radielle og transversale komponenter som avtar med $1/r^2$ og $1/r^3$, samt en transversal komponent som avtar med $1/r$. For at det utstrålte feltet skal kunne betraktes som transversalt til forplantningsretningen må den radielle komponenten til strålingsfeltet være neglisjerbar i forhold til de andre komponentene. Dette fører til at planbølge-tilnærmingen bare er gyldig dersom $|\hat{k}_1 r| \gg 1$, altså i fjernfeltet til det utstrålte dipolfeltet.

I tillegg skal bølgen være plan, dvs at feltstyrken og -retningen må være lik i hele området som betraktes. Dette er oppfylt for et område med utstrekning d , når $|d| \ll r$. Planbølge-tilnærmingen er dermed bare oppfylt når $r \gg 1/|\hat{k}_1|$ og samtidig $r \gg d$.

Planbølge-tilnærmingen er dermed bare gyldig i avstander som samtidig svarer til både mange ganger objektutstrekningen og mange demplingslengder.

4.4 Uniformt felt tilnærming

Et felt er uniformt dersom det har identisk feltvektor for hele området som betraktes. For at en slik tilnærming skal være gyldig må feltet være uniformt både romlig og ved endringer over tid.

Vi vet at enhver kilde kan uttrykkes som en superposisjon av dipolkilder, jamfør kapittel 4.2. For at et dipolfelt ikke skal endre seg vesentlig over området som betraktes, med utstrekning d , må avstanden r fra kilden være stor i forhold, $r \gg d$. I tillegg må ikke fasen til feltet endres vesentlig, og dermed må $|\hat{k}d| \ll 1$, slik at området som betraktes må være lite i forhold til både bølglengden og demplingslengden i mediet. Ved analyser av Rayleighspredning som benytter tilnærmingen om uniformt felt er det vist at en $|\hat{k}d|$ på opptil 0,6 (eller ca 35 grader faseending) gir en feil i sekundærfeltet (eller polarisasjonspotensialet) på under 4% [(9) s 85]. Dette svarer til $\lambda > \frac{2\pi}{0,6} d \approx 10d$.

Ut fra de to kravene finner vi at det kan antas uniformt felt for deteksjon av objekter på rundt 1 m utstrekning for avstander på over 5-10 m fra kilden for frekvenser under noen kHz. For større mål, for eksempel et ellipsoidisk objekt på 100 m lengde, er tilnærmingen gyldig for avstander over 500-1000 m fra kilden for frekvenser opptil noen Hz. Dermed er tilnærmingen gyldig for simulering av undervannsdeteksjon mot mindre objekter, mens simulering av større objekter bare er gyldig for store avstander.

4.5 Kvasistatisk felt tilnærming

Når tidsvariasjonen til et elektromagnetisk felt er liten vil koblingen mellom den elektriske og den magnetiske feltkomponenten avta. Feltutbredelsen kan da løses rent elektrostatisk og

magnetostatisk, og fasen tillegges som en instantan forplantning over hele området. Et slikt system kalles kvasistatisk.

Uniformt felt og kvasistatisk felt har samme gyldighetsområde og må følge av hverandre. Dette skyldes at kravet om små systemer i forhold til bølgelengde og dempningslengde svarer til kravet om instantan forplantning av feltet [(4) s 281].

5 PRIMÆR- OG SEKUNDÆRFELT

Det totale elektromagnetiske feltet med et objekt i mediet er gitt ved summen av det påtrykte primærfeltet og et sekundært felt som objektet setter opp. Dette utdypes i [(6) s 563-564]: ”En periodisk bølge som treffer et vilkårlig objekt vil påtvinge (de frie og bundne) ladningene i objektet en oscillasjon synkront med det påtrykte feltet. Disse bevegelsene av ladninger setter på sin side opp et sekundært felt i og utenfor objektet. Det resulterende (totale) elektromagnetiske feltet i et hvilket som helst punkt er dermed summen av det primære og det sekundære feltet.”

Vi vil se på det totale elektromagnetiske feltet ved først å beskrive primærfeltet, og deretter beregne sekundærfeltet fra vekselvirkningen med enkle modeller av målobjektene. Utsendingen av det primære elektromagnetiske feltet krever bruk av antenner. Disse kan modelleres ved hjelp av små dipoler, og blir behandlet i kapittel 5.1. Det sekundære feltet bestemmes ved å løse bølgeligningen for de elektromagnetiske feltene inne i objektet, og deretter sørge for at Maxwells ligninger oppfylles i grenseflaten mellom objektet og mediet. For å beregne spredning på et objekt analytisk, må både primærfeltet og feltet i objektet beskrives i samme koordinatsystem. For en enkel beskrivelse krever dette noen tilnærminger for representasjonen av feltet i de to systemene, og en løsning presenteres i kapittel 5.2.

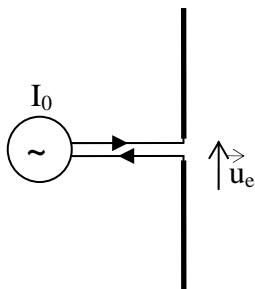
5.1 Primærfelt fra signalkilden

Kilder til elektromagnetiske felt er elektriske ladninger og strømmer, mens det er elektrisk strømtetthet \vec{J}_e^s og magnetisk strømtetthet \vec{J}_m^s som inngår i de inhomogene feltligningene. Sammenhengen mellom disse følger i dette kapitlet.

Siden en vilkårlig signalkilde kan beskrives som en superposisjon av elektriske og magnetiske harmoniske punktdipoler blir den videre betraktningen avgrenset til punktdipolkilder.

5.1.1 Harmonisk elektrisk punktdipol

En harmonisk elektrisk dipol kan representeres av en kort leder påtrykt harmonisk oscillerende strøm fra midten som skissert i Figur 5.1.



Figur 5.1 Skissert elektrisk dipolantenne

En leder i posisjon \vec{r}_d med lengde L_0 og strøm I i retning \vec{u}_e vil gi en elektrisk kildestrømtetthet \vec{J}_e^s gitt ved

$$\vec{J}_e^s = \frac{\partial \vec{p}}{\partial t} \delta(\vec{r} - \vec{r}_d). \quad (5.1)$$

Her er δ Diracs deltafunksjon og \vec{p} er det elektriske dipolmomentet med retning langs \vec{u}_e og størrelse p gitt ved ladningstettheten ρ

$$p = \int_{-L_0/2}^{L_0/2} \rho dl. \quad (5.2)$$

Ladningen langs dipolen følger av den sentralt påtrykte strømmen, og for $l = 0$ har man

$$I = I_0 e^{j\omega t} = \frac{dq}{dt} \quad (5.3)$$

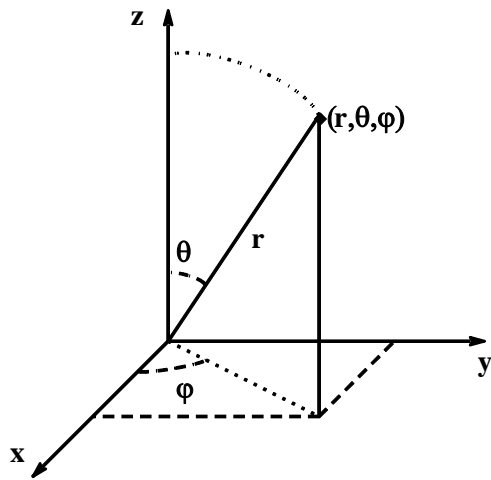
Som alternativ til å benytte strømfordelingen langs dipolen kan den effektive lengden L til dipolen benyttes. Dette er lengden til en modellert leder som med den påtrykte strømmen over hele lederen gir samme moment som den opprinnelige dipolen. (For en kort leder har strømmen en triangulær fordeling, og $L = L_0/2$ [(8) s 122].

Ved å benytte den effektive lengden til en dipol kan momentet til den harmonisk oscillerende dipolen uttrykkes

$$p = \frac{IL}{j\omega} e^{j\omega t} = p_0 e^{j\omega t} \quad (5.4)$$

Ved å sette inn for den elektriske kildestrømtettheten \vec{J}_e^s i de inhomogene ligningene, ligning (3.1) til (3.4) som angitt i den tilhørende teksten kan det elektromagnetiske feltet fra dipolen beregnes.

Feltet fra en punktdipol beskrives enklest i et sfærisk koordinatsystem. Vi velger et system med $\theta = 0$ langs z -aksen og $\phi = 0$ langs x -aksen, som skissert i Figur 5.2.



Figur 5.2 Et sfærisk koordinatsystem innskrevet i et kartesisk koordinatsystem. $\theta=0$ er valgt langs z -aksen og $\phi=0$ langs x -aksen

I sfæriske koordinater gir en harmonisk elektrisk punktdipol i origo med dipolmoment langs $\theta=0$ elektromagnetiske felt som følger av ligning (5.5) til (5.9). Her er $\hat{\eta}_\varepsilon = \hat{\varepsilon} - i\hat{\sigma}/\omega$. Ligningene er utledet for ikke-ledende media ved realdelen av $\hat{\eta}_\varepsilon$ i [(8) s 125], men er da ifølge vedlegg B også gyldig for $\hat{\eta}_\varepsilon$.

$$E_r = p \frac{e^{-jk r}}{4\pi\hat{\eta}_\varepsilon} \left(\frac{j2\hat{k}}{r^2} + \frac{2}{r^3} \right) \cos \theta \quad (5.5)$$

$$E_\theta = p \frac{e^{-jk r}}{4\pi\hat{\eta}_\varepsilon} \left(-\frac{\hat{k}^2}{r} + \frac{j\hat{k}}{r^2} + \frac{1}{r^3} \right) \sin \theta \quad (5.6)$$

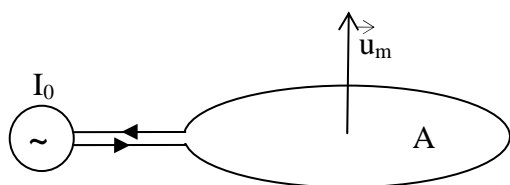
$$E_\phi = 0 \quad (5.7)$$

$$H_r = H_\theta = 0 \quad (5.8)$$

$$H_\phi = j\omega p \frac{e^{-jk r}}{4\pi} \left(\frac{j\hat{k}}{r} + \frac{1}{r^2} \right) \sin \theta \quad (5.9)$$

5.1.2 Harmonisk magnetisk punktdipol

En harmonisk magnetisk dipol kan representeres av en liten strømsløyfe med harmonisk oscillerende strøm som skissert i Figur 5.3.



Figur 5.3 Skissert magnetisk dipolantenne

En strømsløyfe i posisjon \vec{r}_d med areal A , strøm I , og en flatenormal \vec{u}_m vil gi en magnetisk kildestrøm \vec{J}_m^s gitt ved

$$\vec{J}_m^s = j\omega\mu\vec{m}\delta(\vec{r} - \vec{r}_d). \quad (5.10)$$

Her er δ Diracs deltafunksjon og \vec{m} er dipolmomentet med retning langs \vec{u}_m og størrelse m gitt ved

$$m = IA = I_0 A e^{j\omega t}. \quad (5.11)$$

Ved å sette inn for den magnetiske kildestrømmen \vec{J}_m^s i de inhomogene ligningene, ligning (3.1) til (3.4) med modifikasjoner som beskrevet i det påfølgende avsnittet, kan det elektromagnetiske feltet fra dipolen beregnes.

I sfæriske koordinater gir en harmonisk magnetisk punktdipol med dipolmoment orientert langs $\theta = 0$ følgende elektromagnetisk felt [(8) s 128]:

$$H_r = m \frac{e^{-j\hat{k}r}}{4\pi} \left(\frac{j2\hat{k}}{r^2} + \frac{2}{r^3} \right) \cos\theta \quad (5.12)$$

$$H_\theta = m \frac{e^{-j\hat{k}r}}{4\pi} \left(-\frac{\hat{k}^2}{r} + \frac{j\hat{k}}{r^2} + \frac{1}{r^3} \right) \sin\theta \quad (5.13)$$

$$H_\varphi = 0 \quad (5.14)$$

$$E_r = E_\theta = 0 \quad (5.15)$$

$$E_\varphi = -j\omega\hat{\mu}m \frac{e^{-j\hat{k}r}}{4\pi} \left(\frac{j\hat{k}}{r} + \frac{1}{r^2} \right) \sin\theta \quad (5.16)$$

5.2 Sekundærfelt fra sfærisk målobjekt

Det sekundære feltet kan bestemmes ved først å løse bølgeligningen for de elektromagnetiske feltene inne i målobjektet, og deretter sørge for at Maxwells ligninger oppfylles i grenseflaten til målobjektet. En løsning for spredningen fra et vilkårlig målobjekt kan beskrives eksakt ved en (uendelig) rekkeutvikling i (f eks) sfærisk harmoniske (se vedlegg C.1). En svært kompakt analytisk løsning kan bare nås når grenseflaten til objektet faller sammen med et koordinatsystem der bølgefunksjonen er separabel. De aktuelle koordinatsystemene er her rektangulært, sylindrisk, elliptisk sylindrisk, parabolisk sylindrisk, sfærisk⁴, konisk, parabolisk, prolat sfæroidisk, oblat sfæroidisk, ellipsoidisk og paraboloidisk [(8) s 328]. De enkleste løsningene oppnås når både primærfeltet og feltet inne i objektet beskrives i samme koordinatsystem. Det er publisert ulike analytiske løsninger for mange av disse systemene.

To løsninger er Rayleighspredning fra 1881 for spredning på objekter som er små i forhold til bølgelengden og Mie's løsning fra 1908 for spredning av planbølge på en generell isotrop og homogen kule. I tillegg kan en tilnærmet løsning for spredning på kule i dipolfelt finnes. De to siste alternativene behandles kort i appendiks C.2 og C.3. Vi vil imidlertid fokusere på Rayleighspredning, da dette gir en enkel løsning som også kan benyttes for enkelte ikke-sfæriske objekter.

Spredning på objekter som er små i forhold til bølgelengden⁵ kan beregnes ved å anta parallelt og uniformt felt. Metoden ble først benyttet av Rayleigh i 1881. Tilnærmingen kalles for Rayleightilnærming, mens spredningen på objekter som er små i forhold til bølgelengden kalles Rayleighspredning. Vi ser først på tilnærmingen og gir deretter metoden med benyttelsen av polarisasjonspotensialer.

5.2.1 Polarisasjonspotensial

Sekundærfeltet fra et objekt med utstrekning d kan beskrives ved et dipolfelt i stor avstand r fra objektet. For enkelte objekter kan feltet tilnærmes av et dipolfelt også nærmere objektet. Dette gjelder blant annet for spredning på et kuleformet objekt, der dipolfeltutbredelsen stemmer eksakt for et statisk felt.

Det er vanlig å uttrykke spredningsfeltet gjennom dipolmomentet \vec{p} eller \vec{m} til det sekundære feltet ved de påtrykte feltene \vec{E}_0 og \vec{H}_0 .

$$\vec{p} = 4\pi\hat{\eta}_e\alpha\vec{E}_0 \quad (5.17)$$

$$\vec{m} = 4\pi\alpha\vec{H}_0 \quad (5.18)$$

Polarisasjonspotensialet α (engelsk: 'polarizability') til objektet angir styrken til det

⁴ Omfatter en analytisk løsning for lagdelte kuler

⁵ For et ledende medium gjelder kravet også for dempingslengden

resulterende dipolfeltet i forhold til det påtrykte feltet. Uttrykkene for α følger her definisjonen i [(9) s 32] (mens (8) definerer polarisasjonspotensialet til $\alpha' = 4\pi\eta\alpha$). Polarisasjonspotensialet kan løses analytisk for enkle objekter, og beregnes numerisk for mer kompliserte objekter. Feltet fra dipolmomentet finnes ved å benytte de tidligere beskrevne uttrykkene for feltutbredelse fra en dipol.

For uniformt felt (Rayleightilnærming) har man et kvasistatisk tilfelle, og ikke et rent statisk, slik at $\hat{\eta}_e = \hat{\varepsilon} - i\hat{\sigma}/\omega$ fortsatt kan ha bidrag både fra den reelle og den imaginære delen.

Løsningen får imidlertid samme form som for rent elektrostatiske og magnetostatiske problemer, da den elektriske feltkomponenten i primærfeltet i all hovedsak gir et elektrisk sekundærfelt, og den magnetiske feltkomponenten i primærfeltet tilsvarende gir et magnetisk sekundærfelt. For et kvasistatisk tilfelle må generelt både elektrisk permittivitet og elektrisk ledningsevne med, men for lave frekvenser i noe ledende medium er gjerne forskyvningsstrømmen neglisjerbar, slik at bare den elektriske ledningsevnen får innvirkning.

5.2.2 Homogen kule

Polarisasjonspotensialet for en kule er funnet for et uniformt statisk felt i [(6) s 205-207] og i [(8) s 288-290], mens polarisasjonspotensialet i et kvasistatisk felt med neglisjerbar forskyvningsstrøm er funnet i [(5) s 282-285]. Polarisasjonspotensialene for de to tilfellene er identiske bortsett fra at ε og σ er byttet om. Fra vedlegg B vet vi at disse løsningene for neglisjerbar strømtetthet og neglisjerbar forskyvningsstrøm er spesialtilfeller for det generelle tilfellet med miljøegenskap $\hat{\eta}_e$ som kan uttrykkes på samme form. Resultatene som under blir gitt med hensyn på σ gjelder dermed også for den komplekse miljøegenskapen.

En homogen kule med elektrisk ledningsevne σ_i i et homogent medium med ledningsevne σ_e påtrykt et parallelt og uniformt elektrostatiske felt \vec{E}_0 får et parallelt og uniformt samlet elektrisk felt $\vec{E}_{i_{tot}}$ inne i kulen gitt ved:

$$\vec{E}_{i_{tot}} = \frac{3\sigma_i}{\sigma_e + 2\sigma_i} \vec{E}_0 \quad (5.19)$$

Feltendringen på utsiden av kulen svarer til det elektriske feltet fra en dipol med polarisasjonspotensial

$$\alpha = a^3 \left[\frac{(\sigma_i - \sigma_e)}{(\sigma_i + 2\sigma_e)} \right] \quad (5.20)$$

der a er kulens radius. Tilsvarende formler for det magnetiske feltet, medfører identiske uttrykk der σ_i , σ_e , \vec{E}_0 og $\vec{E}_{i_{tot}}$ erstattes med μ_i , μ_e , \vec{H}_0 og $\vec{H}_{i_{tot}}$ i ligning (5.19) og (5.20). Merk imidlertid at uttrykkene for dipolfeltene i ligning (5.17) og (5.18) avviker med en konstant.

Tilsvarende formler for spredning på en homogen ellipsoide er gitt i vedlegg D. Det finnes også

analytisk løsning for spredning på en lagdelt kule. En slik løsning gis i [(9) s 189-198], men den antar ikke-absorberende medium og gir resultatet som en uendelig sum av sfærisk harmoniske.

6 ELEKTRISK DETEKSJON

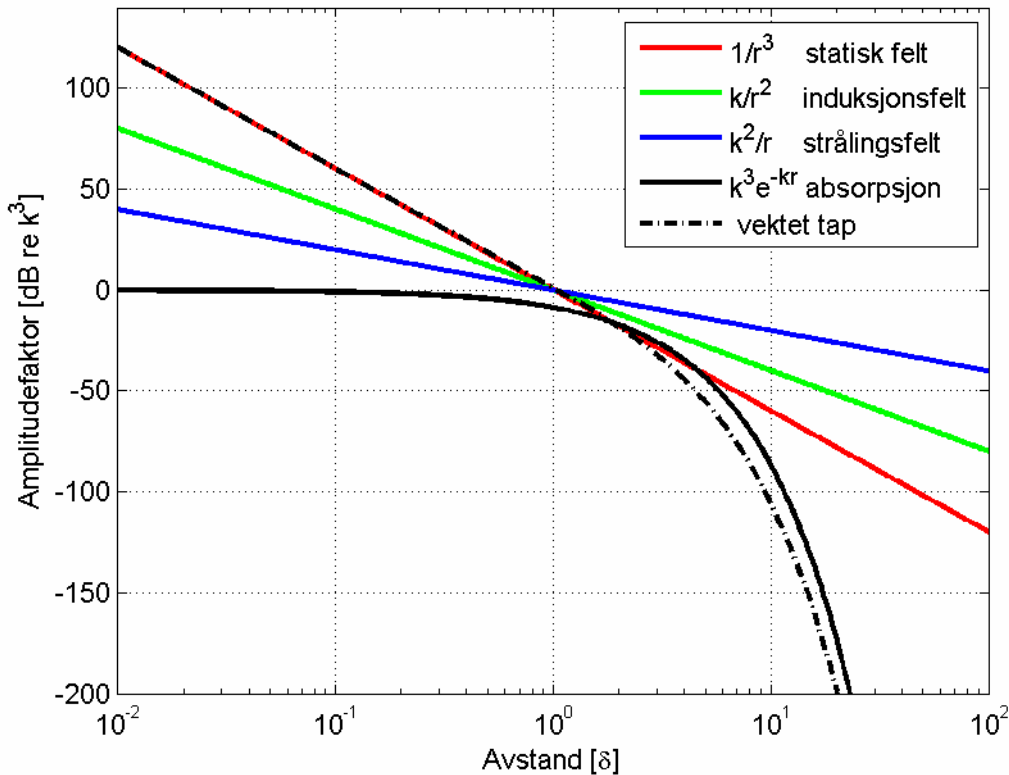
Hovedutfordringen for deteksjon er å finne en frekvens som medfører lang deteksjonsrekkevidde med best mulig signal til støy forhold mot aktuelle undervannsobjekter.

6.1 Feltutbredelse

Feltutbredelsen fra en oscillerende kilde er funnet å ha feltkomponenter som avtar med $1/r$, $1/r^2$ og $1/r^3$. Disse komponentene kalles strålingsfeltkomponent, induktiv feltkomponent og statisk feltkomponent (7). Hvilken feltkomponent som dominerer vil være avhengig av avstanden uttrykt i antall dempingslengder, $\delta = 1/k$, og er dermed frekvensavhengig da $k = \sqrt{\hat{\mu}\hat{\sigma}\omega/2}$, jamfør ligning (4.1). Videre tilkommer absorpsjonstapet, e^{-kr} , slik at de ulike bidragene til feltutbredelsen er gitt ved produktet mellom hver enkelt feltkomponent og dette.

Skalert amplitudedefaktor for hvert av bidragene er vist i Figur 6.1. I tillegg vises et totalt 'vektet tap', gitt like stor vekt til alle tre komponentene. Dette er en rimelig vekting, jamfør ligning (5.5) til (5.9).

Vi finner at for avstander opptil et par dempingslengder domineres feltet av *den statiske feltkomponenten*. Deretter dominerer *absorpsjonstapet* for større avstander. Ved et par 10-talls dempingslengder er feltet svært redusert, og gir oss et estimat på den *øvre praktisk avstand for transmisjon*.



Figur 6.1 Amplitudedefaktor⁶ for hver feltkomponent og for absorpsjonstapet som funksjon av avstand, uttrykt ved demplingslengden δ . 'vektet tap' angir summen av tre likt vektete feltkomponenter og med absorpsjonstap

6.2 Målstyrke og sekundærfelt

Kildemomentet til målobjektet er proporsjonalt med det eksterne feltet og polarisasjonspotensialet, jamfør ligning (5.17). Polarisasjonspotensialet er *uavhengig av frekvens*, jamfør ligning (5.20) så lenge tilnærmingen om uniformt felt er gyldig. For en gitt feltstyrke oppnås størst kildemoment dersom *retningen til det eksterne feltet* er parallell med hovedaksen til målobjektet, jamfør appendiks D.

Kildemomentet i kapittel 5.2 er beregnet med utgangspunkt i grensebetingelsene for Maxwells løsninger og er løst for et uniformt og statisk felt. Resultatet blir da et statisk dipolmoment med tilhørende felt som avtar med $1/r^3$. Imidlertid er også sekundærkilden sakte oscillerende, og for å beregne sekundærfeltet ønsker vi å anvende løsningen for den oscillerende punktdipolen fra kapittel 5.1.1. Vi finner da at grensebetingelsene bare er oppfylt for den statiske feltkomponenten. Ut fra betraktningene i kapittel 6.1 finner vi at en slik løsning likevel er tilstrekkelig, og ekskluderer strålingsfeltkomponenten og induksjonsfeltkomponenten fra beregningene av sekundærfeltet.

For ytterpunktene med dielektriske og elektrisk ledende kuler finner vi at en dielektrisk kule har

⁶ Amplitudedefaktoren er dividert med k^3 for at figuren skal ha generell gyldighet

et polarisasjonspotensial som er motsatt rettet og halvparten så stort som det til en metallisk kule.

6.3 Sekundærfelt versus primærfelt

For å oppnå best mulig deteksjon ønsker vi at forholdet mellom sekundærfeltet og primærfeltet skal være høyest mulig i størst mulig avstand fra objektet. Både primærfeltet fra signalkilden og sekundærfeltet fra målobjektet vil avta gitt ved feltutbredelsen beskrevet i kapittel 6.1.

Vi ser først på dempingen av et signal fra en avstand på 10 m og ut til 100 m fra kilden. Ut fra frekvensvalget kan vi bestemme om startavstanden skal svare til for eksempel en demplingslengde, en tidels demplingslengde eller ti demplingslengder. Sluttavstanden blir uansett ti ganger så stor også i antall demplingslengder, og fra Figur 6.1 følger da at for alle avstander *under et par demplingslengder er tapet med avstand uavhengig av frekvens*. For avstander mellom et par demplingslengder og et par titalls demplingslengder øker tapet betydelig, og *for større avstander enn noen titalls demplingslengder øker tapet med avstand mot det ekstreme* ved en tidobling av avstanden.

Sekundærfeltet fra målobjekter vil ha en tilsvarende utbredelse som for signalkilden, men feltet beregnes med senter i objektposisjonen og med feltstyrke ved objektoverflaten som fra kapittel 6.2. I den dobbelte av avstanden mellom signalkilde og målobjekt har styrken til sekundærfeltet avtatt like mye som primærfeltet avtok frem til objektet. Over samme strekning, dvs. fra målobjektet og ut til det dobbelte av deteksjonsavstanden, endrer primærfeltet seg relativt lite for deteksjonsavstander under noen demplingslengder, men kanskje tilsvarende sekundærfeltet for avstander på over noen demplingslengder. Ved objektavstand på noen få deteksjonsavstander vil ikke forholdet mellom primærfelt og sekundærfelt endres i særlig grad.

Forholdet mellom sekundærfelt og primærfelt er dermed det samme for alle frekvenser som gir deteksjonsavstander på under et par demplingslengder. Ved frekvensvalg som gir deteksjon på noen titalls demplingslengder vil forholdet være noe høyere, men her blir absorpsjonstapet formidabelt så det er tvilsomt om dette kan utnyttes.

7 SIMULERINGER

Resultatene fra kapittel 6 kan nå sammenfattes for å finne det beste frekvensområdet for et overvåkingssystem, og ved hjelp av den beskrevne modellen kan ytelsen indikeres gjennom en visualisering av primærfeltstyrke og forholdet mellom sekundærfelt og primærfelt.

Øvre praktiske transmisjonsavstand er noen titalls demplingslengder, men for deteksjon vil avstanden være noe kortere. Målstyrken er uavhengig av frekvens (så lenge uniformt felt tilnærmingen er oppfylt) og forholdet mellom sekundærfelt og primærfelt er også uavhengig av frekvens for avstander under et par demplingslengder. Ved avstander på noen demplingslengder kan forholdet være noe større, men feltstyrken avtar da kraftig.

Innen frekvensintervallet blir utfordringen å finne den frekvensen som innehar minst støy som kan forveksles med målperturbasjoner. Her må både amplitude og fase til perturbasjonene betraktes (3).

7.1 Dielektrisk kule

Vi vil her visualisere perturbasjonen i feltet fra en dielektrisk kule med diameter 0,5 m i en avstand av 20 m fra signalkilden. Som signalkilde benyttes en enhetskilde i origo, og den høyeste aktuelle frekvensen vil svare til en demplingslengde på 10 m, og beregnes til 630 Hz.

Vi gir signalkilden en orientering langs vektoren $[x, y, z] = [3, 1, 0.2]$, og plasserer objektet i posisjon $[x, y, z] = [-17, 0, 10]$. Primærfeltstyrken, forholdet mellom sekundærfelt og primærfelt samt fasen til sekundærfeltet presenteres så som funksjon av posisjon over xz-planet for $y=0$. Feltet for en gitt kilde kan beregnes ved å multiplisere med dipolmomentet til denne. Sekundærfeltet for en kule av annen størrelse skaleres med volumet til objektet.

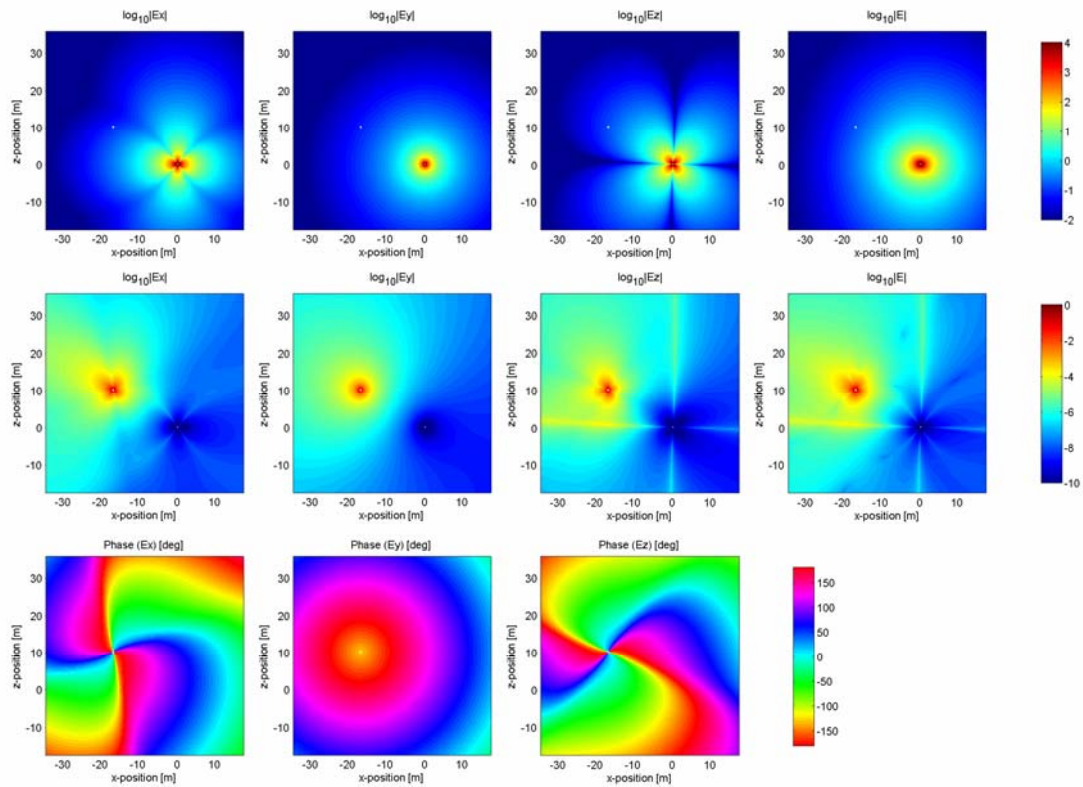
Resultatet for 630 Hz presenteres i Figur 7.1, mens tilsvarende beregninger for 63 Hz og 6300 Hz presenteres i Figur 7.2 og Figur 7.3 respektivt. De elektromagnetiske egenskapene forbundet med hver av simuleringene er oppsummert i Tabell 7.1.

f [Hz]	λ [m]	δ [m]	v [m/s]	k [1/m]	$ kd $
6300	20	3.2	125.000	0,32	0,2
630	63	10	40.000	0,10	0,07
63	200	32	12.000	0,032	0,02

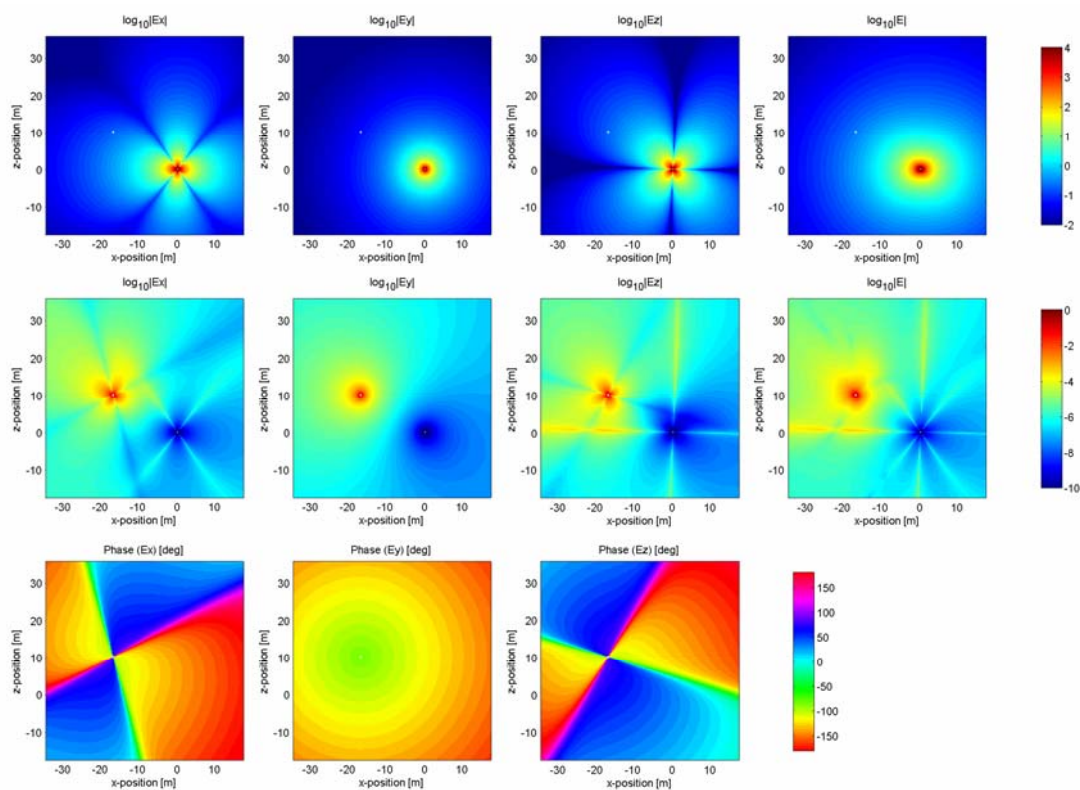
Tabell 7.1 *Elektromagnetiske egenskaper i saltvann med $\sigma = 4$ S/m. Produktet mellom bølgetall og utstrekning for målobjektet er også gitt, da dette indikerer gyldigheten til tilnærmingene benyttet*

Størst forhold mellom sekundærfelt og primærfelt oppnås her for 630 Hz i forlengelsen av linjen mellom signalkilden og objektet. For posisjoner til sides for denne linjen oppnås best dekning ved den laveste frekvensen på 63 Hz.⁷ Resultatet for den høyeste frekvensen karakteriseres som ventet ved et svakt primærfelt som resultat av kraftig absorpsjon.

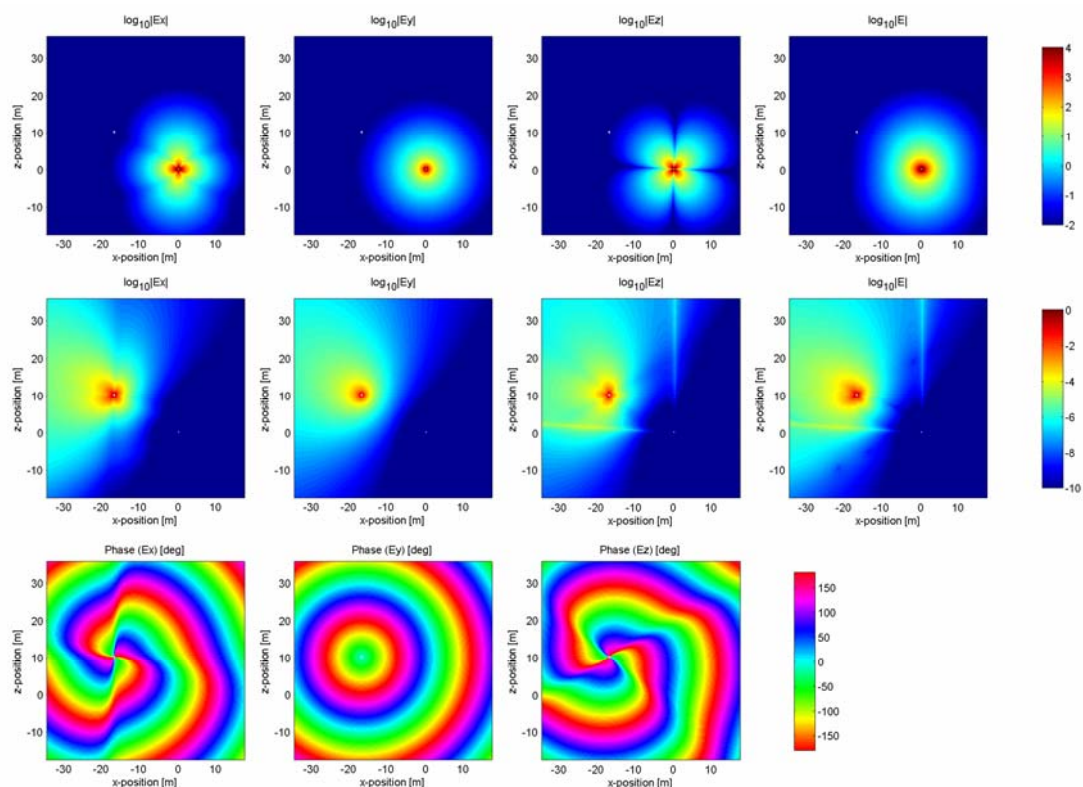
⁷ Tilsvarende simulering med 6.3 Hz ga et tilnærmet identisk resultat som for 63 Hz og blir ikke vist her



Figur 7.1 Dielektrisk kule i posisjon $[-17,0,10]$ i felt fra 630 Hz elektrisk signalkilde i origo rettet langs $[3,1,0.2]$. Øverst: Primærfelt fra antennen. Midten: Forhold mellom sekundærfelt og primærfelt. Nederst: Fase til sekundærfeltet fra kulen. Alle vinduene viser feltet i xz -planet, og kolonnene viser fra venstre mot høyre: felt langs x -akse, felt langs y -akse, felt langs z -akse og totalfelt



Figur 7.2 Dielektrisk kule i posisjon $[-17,0,10]$ i felt fra 63 Hz elektrisk signalkilde i origo rettet langs $[3,1,0.2]$. Øverst: Primærfelt fra antennen. Midten: Forhold mellom sekundærfelt og primærfelt. Nederst: Fase til sekundærfeltet fra kulen. Alle vinduene viser feltet i xz -planet, og kolonnene viser fra venstre mot høyre: felt langs x -akse, felt langs y -akse, felt langs z -akse og totalfelt



Figur 7.3 Dielektrisk kule i posisjon $[-17,0,10]$ i felt fra 6300 Hz elektrisk signalkilde i origo rettet langs $[3,1,0.2]$. Øverst: Primærfelt fra antennen. Midten: Forhold mellom sekundærfelt og primærfelt. Nederst: Fase til sekundærfeltet fra kulen. Alle vinduene viser feltet i xz -planet, og kolonnene viser fra venstre mot høyre: felt langs x -akse, felt langs y -akse, felt langs z -akse og totalfelt

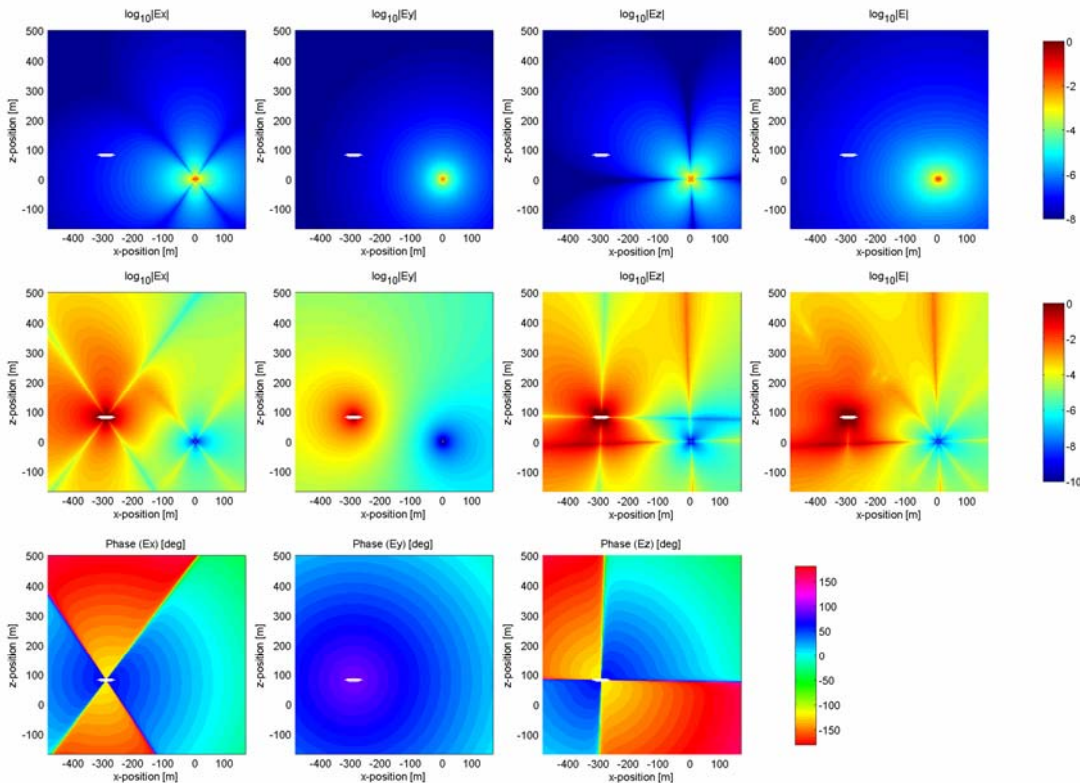
7.2 Elektrisk ledende ellipsoide

Vi ser her på deteksjon av en elektrisk ledende ellipsoide med lengde 60 m og bredde og høyde lik 10 m. Objektet er rundt 300 m fra signalkilden, og vi velger å simulere for frekvensen 0,5 Hz som svarer til to demplingslengder nærme denne avstanden. Beregningen utføres også for frekvensen 20 Hz for sammenligning med målinger (3). De elektromagnetiske egenskapene for ellipsoidene er gitt i Tabell 7.2, der også produktet mellom bølgetall og utstrekningen til ellipsoiden er gitt. For at modellen skal være gyldig må produktet være betydelig mindre enn en. Da dette ikke er tilfelle for beregningene med 20 Hz faller disse utenfor gyldighetsområdet.

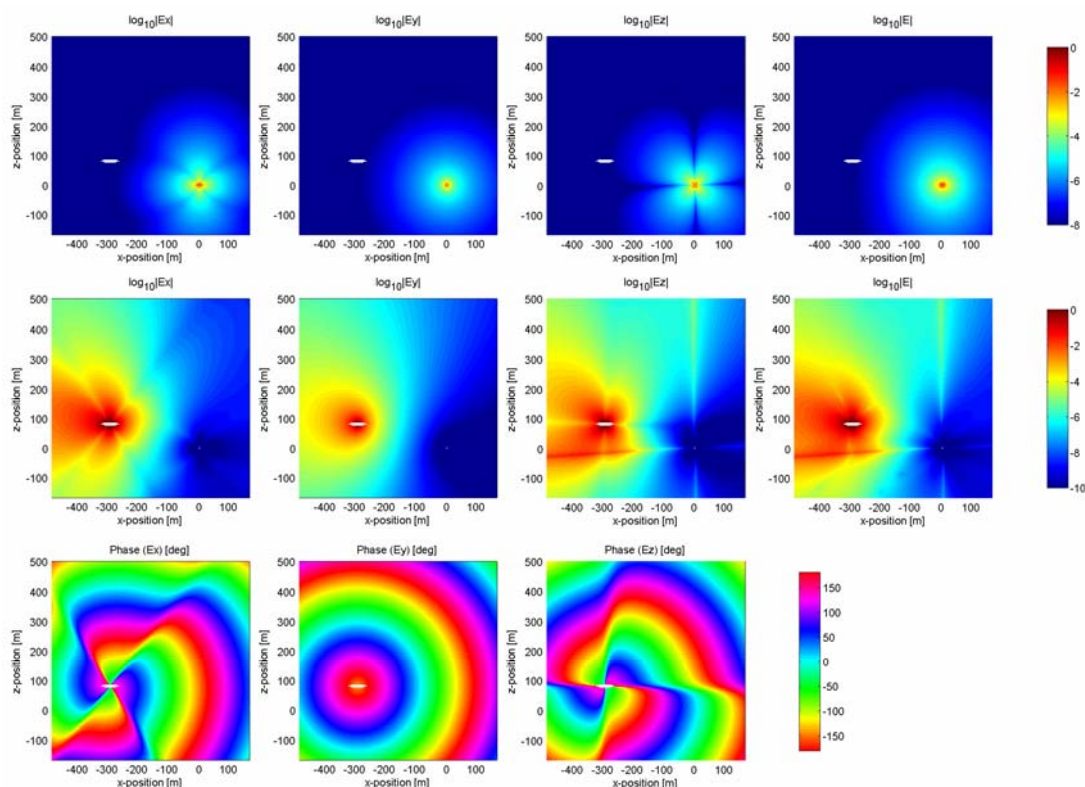
For 0,5 Hz finner vi at forholdet mellom sekundærfelt og primærfelt er høyt i alle retninger. Gitt forutsetningene gjelder dette også i overraskende grad i retningen mot signalkilden. Ved 20 Hz er absorpsjonen kraftig, og i tillegg er perturbasjonen sterkest i forlengelsen av linjen mellom kilden og målobjektet.

f [Hz]	λ [m]	δ [m]	ν [m/s]	k [1/m]	$ kd $
0,5	2200	360	1.100	0,003	0,24
20	350	56	7.100	0,02	1,5

Tabell 7.2 Elektromagnetiske egenskaper i saltvann med $\sigma = 4$ S/m. Produktet mellom bølgetall og utstrekning for målobjektet er også gitt, da dette indikerer gyldigheten til tilnærmingene benyttet



Figur 7.4 Elektrisk ledende ellipsoide i posisjon $[-300, 0, 80]$ med hovedakse på 30 m rettet langs x -aksen og underakser på 5 m i felt fra 0,5 Hz elektrisk signalkilde i origo rettet langs $[3, 1, 0, 2]$. Øverst: Primærfelt fra antennen. Midten: Forhold mellom sekundærfelt og primærfelt. Nederst: Fase til sekundærfeltet fra ellipsoiden. Alle vinduene viser feltet i xz -planet, og kolonnene viser fra venstre mot høyre: felt langs x -akse, felt langs y -akse, felt langs z -akse og totalfelt



Figur 7.5 Elektrisk ledende ellipsoide i posisjon $[-300,0,80]$ med hovedakse på 30 m rettet langs x -aksen og underakser på 5 m i felt fra 20 Hz elektrisk signalkilde i origo rettet langs $[3,1,0.2]$. Øverst: Primærfelt fra antennen. Midten: Forhold mellom sekundærfelt og primærfelt. Nederst: Fase til sekundærfeltet fra ellipsoiden. Alle vinduene viser feltet i xz -planet, og kolonnene viser fra venstre mot høyre: felt langs x -akse, felt langs y -akse, felt langs z -akse og totalfelt

8 OPPSUMMERING OG KONKLUSJON

Bølgeforplantning i et generelt ikke-dispersivt medium beskrevet med utgangspunkt i Maxwells ligninger. Etter en analytisk vurdering antas Rayleigh-spredning for beregningene. Dette åpner for en forenklet modellberegning, men forutsetter en tilnærming om kvasistatisk eller parallelt og uniformt felt over aktuelle målobjekt. Forutsetningen om kvasistatisk felt er gyldig dersom objektet er betydelig kortere enn både bølgelengden og demplingslengden⁸. Beregning av feltutbredelsen baserer seg på feltutbredelse fra en punktkilde og er gyldig utenfor noen ganger kildens utstrekning.

Både metalliske og dielektriske objekter kan detekteres med et aktivt elektrisk overvåknings-system. For å oppnå tilstrekkelig feltutbredelse i saltvann må svært lave frekvenser benyttes, da rekkevidden til systemet avgrenses til noen demplingslengder. Målstyrken er uavhengig av frekvens når kvasistatisk (el. uniform) felttilnærming er gyldig. Forholdet mellom sekundærfelt og primærfelt rundt målobjektet er høyest - og uendret – for frekvenser som er lave nok til å gi deteksjonsavstand på under en demplingslengde. Frekvensområdet som egner seg best for

⁸ Demplingslengden er den frekvensavhengige avstanden der feltstyrken er redusert til en e -del

undervannsovervåking strekker seg dermed fra DC og opp til frekvensen som gir en demplingslengde ved største deteksjonsavstand. For å finne beste frekvens for et system for undervannsovervåking må også miljøperturbasjoner, bakgrunnsstøy og sensorstøy som kan overdøye eller blir forvekslet med målperturbasjoner betraktes. Dette forutsetter utstrakt informasjon om aktuelle sensorer, samt faktiske målinger.

Den presenterte analytiske modellen kan også anvendes på et aktivt magnetisk overvåknings-system for deteksjon av ferromagnetiske objekter. Et magnetisk system vil ikke være utsatt for miljøperturbasjoner, og støyen avgrenses dermed til bakgrunnsstøy og sensorstøy.

APPENDIKS

A NOTASJON

SI enheter er brukt.

A.1 Skalarer og vektorer

- a = reell verdi eller funksjon
- \hat{a} = kompleks verdi eller funksjon (dvs innehar faseinformasjon / imaginærdel)
- \vec{A} = vektor eller vektorfunksjon, generelt kompleks (dvs innehar faseinformasjon)

A.2 Variabler i elektromagnetisme

- \vec{E} = det elektriske feltet
- \vec{H} = det magnetiske feltet
- \vec{D} = elektrisk flukstetthet / elektrisk forskyvningsfelt
- \vec{J} = strømtettheten
- \vec{B} = den magnetiske flukstetthet
- ρ = elektrisk ladning, skrives også som ρ_e
- ρ_m = magnetisk ladning (bare regneteknisk størrelse)
- $\hat{\mu}$ = permeabilitet
- $\hat{\epsilon}$ = permittivitet
- $\hat{\sigma}$ = konduktivitet
- \vec{J}_e^s = elektrisk kildestrømtetthet
- \vec{J}_m^s = magnetisk kildestrømtetthet (bare regneteknisk)
- ρ_s = ladningstetthet
- ρ_{J_\perp} = overflatestrømtettheten normalt på en grenseflate

A.3 Elektromagnetiske størrelser

- μ = permeabilitet i lineært medium
- ϵ = permittivitet i lineært medium
- σ = konduktivitet i lineært medium
- μ_0 = permeabiliteten i vakuum (og i ikke magnetiske stoff)
- ϵ_0 = permittiviteten i vakuum (og i luft)
- ω = vinkelfrekvens (til harmonisk oscillerende bølge)
- \hat{k} = bølgetall til harmonisk oscillerende bølge

A.4 Spredning

a = kuleradius

Indekser:

0 = opprinnelig / uten objekt
 e = eksternt / utenfor objektet
 i = internt / inni objektet

A.5 Koordinatsystemer

\vec{u}_x = enhetsvektor langs x-akse

B DE ELEKTROMAGNETISKE MILJØPARAMETRENE

Det finnes tre elektromagnetiske miljøparametre $\hat{\epsilon}$, $\hat{\mu}$ og $\hat{\sigma}$, respektivt den dielektiske permittiviteten, den magnetiske permeabiliteten og den elektriske ledningsevnen. Ofte slås imidlertid de to parametrene $\hat{\epsilon}$ og $\hat{\sigma}$ med faktorer sammen til en variabel, da dette gir noe mer symmetriske uttrykk. Blant annet kan man da skrive feltligningene for de elektriske og magnetiske dipolfeltene på samme form.

Da parametrene har ulike faktorer vil uttrykkene være avhengig av hvilken av de to parametrene som holdes uskalert, og valget varierer i litteraturen. Hvilke følger dette får blir behandlet i dette vedlegget. Som symbol for den kombinerte parameteren benyttes her $\hat{\eta}_e$ når $\hat{\epsilon}$ er uskalert, og $\hat{\eta}_\sigma$ når $\hat{\sigma}$ er uskalert. Oftere vil man finne at variabelnavnet til den uskalerte parameteren er benyttet også for samlevariabelen (og at den andre parameteren betraktes som innlemmet i denne).

Som angitt i kapittel 3.3 er miljøparametrene generelt komplekse størrelser, men de kan likevel ofte antas å være rent skalare. Dette gjelder når mediet er lineært, isotropt og homogent, og samtidig uavhengige av tid, temperatur og trykk. I det følgende vises først ligningene ved skalare størrelser, og deretter for det generelle komplekse tilfellet.

Ved å sette ligning (3.5) til (3.7) inn i Maxwells ligninger (3.1) til (3.4) og løse for \vec{E} og \vec{H} , får vi for et oscillerende felt

$$\nabla \times \vec{E} + i\omega\hat{\mu}\vec{H} = 0 \quad (8.1)$$

$$\nabla \times \vec{H} - i\omega\hat{\epsilon}\vec{E} - \hat{\sigma}\vec{E} = 0 \quad (8.2)$$

I ligning (8.2) uttrykker det siste leddet ledningsstrømmen, mens det nest siste leddet er forskyvningsstrømmen. De to ligningene kan skrives på samme form enten ved å sette inn

$$\hat{\eta}_\varepsilon = \hat{\varepsilon} - i\hat{\sigma}/\omega \quad (8.3)$$

eller (med unntak av et fortegn) ved å benytte impediviteten $\hat{\gamma}$ og admittiviteten $\hat{\eta}_\sigma$ (Harrington 1961, ifølge [(5) s 134]

$$\hat{\gamma} = i\hat{\mu}\omega \quad (8.4)$$

$$\hat{\eta}_\sigma = \hat{\sigma} + i\hat{\varepsilon}\omega \quad (8.5)$$

Når ulike substitueringer er brukt i litteratur som skal sammenstilles kan dermed følgende sammenheng benyttes

$$\hat{\eta}_\sigma = i\omega\hat{\eta}_\varepsilon. \quad (8.6)$$

B.1 Skalare miljøparametre

Dersom det antas skalare miljøparametre ε og σ før substitusjonen i ligning (8.3) eller (8.5) vil man likevel ende opp med en kompleks størrelse. I motsetning til tilfellet med komplekse miljøparametre vil den ene parameteren da representere den reelle delen og den andre representere den imaginære delen.

Ved uskalert dielektrisk permittivitet ε kalles da den nye størrelsen for den komplekse permittiviteten $\hat{\eta}_\varepsilon$, og ved uskalert elektrisk ledningsevne σ kalles den nye størrelsen $\hat{\eta}_\sigma$ for den komplekse ledningsevnen.

B.2 Komplekse miljøparametre

Dersom miljøparametrene $\hat{\varepsilon}$ og $\hat{\sigma}$ er komplekse før substitusjonen i ligning (8.3) eller (8.5) vil man ende opp med en ny kompleks størrelse, der både den reelle og den imaginære delen er avhengig av begge parametrene. Dersom miljøparametrene skrives $\hat{\varepsilon} = \varepsilon_R - i\varepsilon_I$ og $\hat{\sigma} = \sigma_R + i\sigma_I$, (merk fortegnene) følger

$$\hat{\eta}_\varepsilon = \varepsilon_R + \sigma_I/\omega - i(\varepsilon_I + \sigma_R/\omega) \quad (8.7)$$

$$\hat{\eta}_\sigma = \sigma_R + \omega\varepsilon_I + i(\sigma_I + \omega\varepsilon_R) \quad (8.8)$$

Så lenge man utleder formler for kompleks permittivitet eller ledningsevne kan man altså i ettertid sette inn verdier for komplekse miljøparametre ved hjelp avligning (8.7) og (8.8).

C ALTERNATIVE BESKRIVELSER AV SEKUNDÆRFELTET

C.1 Ekspansjon i sfærisk harmoniske

Man møter snart på problemer når man forsøker å løse ligningene for vektorpotensialene gjennom differensialligningene for vektorene. Ligningene kan imidlertid forenkles ved å representere vektorpotensialene ved flere felt som hver kan uttrykkes gjennom helt skalare funksjoner som tilfredsstillende bølgeligningen [(6) s 392]. Det kan vises at en generell løsning på den skalare Helmholtz-ligningen i sfæriske koordinater (8.9) er separabel og er gitt ved (8.10) [(5) s 279].

$$\left[\frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + k^2 r^2 \right] \psi(r, \theta, \varphi, \omega) = 0 \quad (8.9)$$

$$\psi = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{A_{nm}}{\sqrt{\hat{k}r}} Z_{n+1/2}(\hat{k}r) P_n^m(\cos \theta) e^{im\varphi} \quad (8.10)$$

der A_{nm} er en konstant for hver kombinasjon av m og n , $Z_{n+1/2}(\hat{k}r)$ viser til de sirkulære sylinderfunksjonene og P_n^m til de assosierte Legendre polynomene.

Problemet består heretter i å uttrykke både primærfeltet og sekundærfeltet i sfærisk harmoniske ekspandert i det samme koordinatsystemet og koble uttrykkene sammen ved hjelp av grensebetingelsene. De analytiske løsningene vil være i form av harmoniske rekker, så selv om løsningene er eksakte kan det være vanskelig å benytte resultatene. Man trenger kjennskap til konvergenssegenskapene til seriene for å kunne avslutte dem, samt numeriske utfordringer knyttet til evalueringen av de iboende funksjonene. Vanligvis benyttes derfor ulike tilnæringer i løsningen.

C.2 Spredning på kule i planbølge

Løsningen for spredningen av planbølge på en isotrop og homogen kule blir vanligvis referert til som Mie's løsning. Mie's løsning fra 1908 behandles blant annet i [(6) s 563-], [(8) s 336] og [(10) s 503-]. I den sistnevnte gis i tillegg en tilnærmet løsning for små kuler (uniformt felt tilnærming). Problemet behandles ikke her, da det i kapittel 4.3 er vist at planbølgetilnærmingen ikke er gyldig for undervannsovervåkingsformålet.

C.3 Spredning på kule i dipolfelt

Spredningen av det elektromagnetiske feltet fra en magnetisk dipol er løst for nærfeltet av [(10) s 513-]. Da ikke planbølgetilnærmingen ble funnet gyldig for undervannsovervåkingsformålet, men tvert imot nærfelttilnærmingen ble funnet gyldig i kapittel 4.3, samt at alle signalkilder kan beskrives som en superposisjon av dipoler, er denne løsningen meget relevant og vil bli behandlet nærmere her.

I utledningen benyttes at en vilkårlig orientert dipol kan representeres ved en radiell dipol som er rettet mot kulesenteret, og en transversal dipol som er rettet normalt på denne. De sekundære

feltene fra hver av disse dipolene vil under bli behandlet separat.

C.3.1 Radiell magnetisk dipol

I et primærfelt satt opp av en radiell magnetisk dipol vil de elektriske feltlinjene ikke krysse kuleoverflaten, slik at ingen elektriske ladninger blir generert. Dette antyder at det sekundære feltet ved en radiell magnetisk dipol kan beskrives ved et dipolfelt alene.

Under et par antakelser blir det i [(10) s 513-] vist at det sekundære feltet fra en kule i et felt fra en radiell magnetisk dipol svarer til feltet fra en magnetisk dipol. Antakelsene benyttet er

- 1) Uniform felt: $|\hat{k}_e a| \ll 1$ (gir krav både til tapslengde og bølgelengde)
- 2) $r > 2a$ og $b > 2a$, der b er avstanden fra dipolen til kulesenteret

og kan lett adopteres. Momentet til dipolen som beskriver det sekundære feltet er rettet langs det magnetiske primærfeltet i kulens origo, som er på samme linje som momentet til kildedipolen. Både de magnetiske og de elektriske feltene til dipolen inngår.

Antakelsene som ble benyttet for å finne sammenhengen mellom det sekundære feltet og et dipolfelt sørget for et uniformt magnetisk felt. For svært lave frekvenser (kvasistatisk eller uniformt felt tilnærming) vil koblingen mellom magnetiske og elektriske felt avta, slik at de elektriske feltkomponentene vil avta og de magnetiske feltkomponentene blir som fra en kule plassert i et uniformt magnetisk felt (i vakuum). I kapittel 4.4 / 4.5 ble det vist at en slik kvasistatisk felt / uniformt felt tilnærming kan antas for undervannsovervåkingsformålet avstander på minst 5 til 10 ganger objektets utstrekning.

C.3.2 Transversal magnetisk dipol

For et primærfelt satt opp av en transversal magnetisk dipol vil også de elektriske feltlinjene krysse kuleoverflaten, slik at det sekundære feltet vil måtte representeres av både elektriske og magnetiske komponenter.

Under tre antakelser viser [(10) s 513-] at en del av sekundærfeltet kan beskrives som feltet fra en magnetisk dipol med dipolmoment langs det magnetiske primærfeltet i kulens origo, mens resten av det sekundære feltet kan beskrives som feltet fra en oscillerende elektrisk dipol i et uniformt ledende medium. Det elektriske dipolmomentet til denne blir orientert langs det elektriske primærfeltet i kulens origo. Antakelsene som blir benyttet er:

- 1) Uniform felt: $|\hat{k}_e a| \ll 1$ (gir krav både til tapslengde og bølgelengde)
- 2) Uniformt internt felt: $|\hat{k}_i a| \ll 1$
- 3) $r > 2a$, $b > 2a$

Antakelse 1 er vist gyldig for undervannsovervåkingsformålet mot dykkere, og i noen grad mot ubåter i kapittel 4.4, mens antakelsene 2 og 3 ikke medfører noen strenge restriksjoner.

Både de magnetiske og de elektriske feltene til dipolene inngår, men også her gjelder den kvasistatiske tilnærmingen for svært lave frekvenser.

D POLARISASJONSPOTENSIAL FOR HOMOGEN ELLIPSOIDE

Sekundærfeltet fra en homogen dielektrisk ellipsoide med elektrisk permittivitet ε_i i et medium med elektrisk permittivitet ε_e og parallelt og uniformt elektrostatiske felt \vec{E}_0 er gitt i Stratton (6) s 211-213, i Ishimaru (8) s 290-294 og i Kerker s 574. Problemene med elektrisk ledende ellipsoide med ledningsevne σ_i i et medium med elektrisk ledningsevne σ_e under et påtrykt felt \vec{E}_0 , og for en kule med magnetisk permeabilitet μ_i i medium med magnetisk permeabilitet μ_e under et påtrykt felt \vec{H}_0 får samme form og løses ved å erstatte ε_i , ε_e og \vec{E}_0 med disse størrelsene.

Løsningen gjengitt under følger Stratton, men en notasjon med utgangspunkt i Ishimaru er adoptert.

En dielektrisk ellipsoide plassert i et parallelt og uniformt elektrostatiske felt \vec{E}_0 får et parallelt og uniformt elektrisk felt $\vec{E}_{i_{tot}}$ inne i ellipsoiden. Ellipsoiden plasseres i et kartesisk koordinatsystem med akser langs hovedaksene til ellipsoiden:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \quad (8.11)$$

Det påtrykte elektrostatiske feltet dekomponeres langs disse hovedaksene i E_{0x} , E_{0y} og E_{0z} , og de tilsvarende elektrostatiske feltkomponentene inne i ellipsoiden er da gitt ved:

$$E_{i_{tot}x} = \frac{E_{0x}}{1 + \left(\frac{\varepsilon_i - 1}{\varepsilon_e} \right) L_x} \quad (8.12)$$

der

$$L_x = \frac{abc}{2} \int_0^\infty (s+a^2)^{-1} \left[(s+a^2)(s+b^2)(s+c^2) \right]^{-1/2} ds \quad (8.13)$$

med tilsvarende formler for de andre komponentene. (L_x , L_y og L_z er funksjoner av forholdene b/a og c/a , og ikke av verdiene til a , b og c . Videre er $L_x + L_y + L_z = 1$.) For en langstrakt (eller prolat) ellipsoide, $a = b < c$, gjelder følgende forhold. Eksentrisiteten til ellipsoiden er gitt ved:

$$e = \sqrt{1 - \frac{a^2}{c^2}} \quad (8.14)$$

og

$$L_z = \frac{1-e^2}{e^2} \left(-1 + \frac{1}{2e} \ln \frac{1+e}{1-e} \right) \quad (8.15)$$

$$L_x = L_y = \frac{1}{2}(1 - L_z)$$

Feltet på utsiden av en dielektrisk ellipsoide er et dipolfelt med dipolmoment

$$\vec{p} = 4\pi\eta(\alpha_x E_{0x}\vec{i} + \alpha_y E_{0y}\vec{j} + \alpha_z E_{0z}\vec{k}) \quad (8.16)$$

der polarisasjonspotensialet langs hver av aksene α_i for $i \in \{x, y, z\}$ er gitt ved

$$\alpha_i = \frac{(\varepsilon_i - \varepsilon_e)V}{\varepsilon_e + (\varepsilon_i - \varepsilon_e)L_i} \cdot \frac{1}{4\pi} \quad (8.17)$$

og volumet til ellipsoiden er gitt ved

$$V = \frac{4}{3}\pi abc \quad (8.18)$$

Ved å sette $a = b \rightarrow c$ finner man $L_i = 1/3$, og både det interne feltet og dipolmomentet reduseres til resultatene for en kule.

Litteratur

- (1) Synnes S A (2000): Teoretisk grunnlag for undervanns overvåkingssensorer, FFI/NOTAT-2000/02746
- (2) Synnes S A (2000): Simulering av EM felt i saltvann med Maxwell 3D, FFI/NOTAT-2000/03670
- (3) Synnes S A (2006): Aktive EM underwater detection - Experimental results, FFI/RAPPORT-2006/02731, Hemmelig
- (4) Jackson J D (1999): Classical electrodynamics, third edition, John Wiley & sons, inc, New York, 808
- (5) Ward S H, Hohmann G W (1988): Electromagnetic theory for geophysical applications In: *Electromagnetic methods in applied geophysics, vol 1 theory* (Eds Nabighian M N), Society of exploration geophysicists, USA, 513
- (6) Stratton J A (1941): Electromagnetic Theory, McGraw-Hill Book Company, New York, 615
- (7) Reitz J R, Milford F J, Christy R W (1993): Foundations of electromagnetic theory, Addison-Wesley publishing company, New York, 630
- (8) Ishimaru A (1991): Electromagnetic wave propagation, radiation and scattering, Prentice Hall, New Jersey, 637
- (9) Kerker M (1969): The scattering of light (and other electromagnetic radiation), Academic Press, New York, 666
- (10) Kaufman A A, Keller G V (1985): Inductive mining prospecting, part 1, theory, Elsevier, Amsterdam, 620